



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

# Εισαγωγή στους ελεγκτές τριών όρων (P, I, D)

Κ. Παύλου

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών &  
Μηχανικών Η/Υ

# Χρησιμότητα των ελεγκτών τριών όρων

---

- Σε συστήματα όπου η περιγραφή του μοντέλου δεν είναι διαθέσιμη
- Πολλοί και διαφορετικοί κανόνες προσδιορισμού των παραμέτρων του ελεγκτή
- Βιβλιογραφία
  - K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Fourth Edition, Prentice Hall, 2002, Chapter 10
  - *IEEE Control Systems Magazine*, Feb. 2006, Special issue on PID control

# Ελεγκτής PID

---

- Συνάρτηση Μεταφοράς

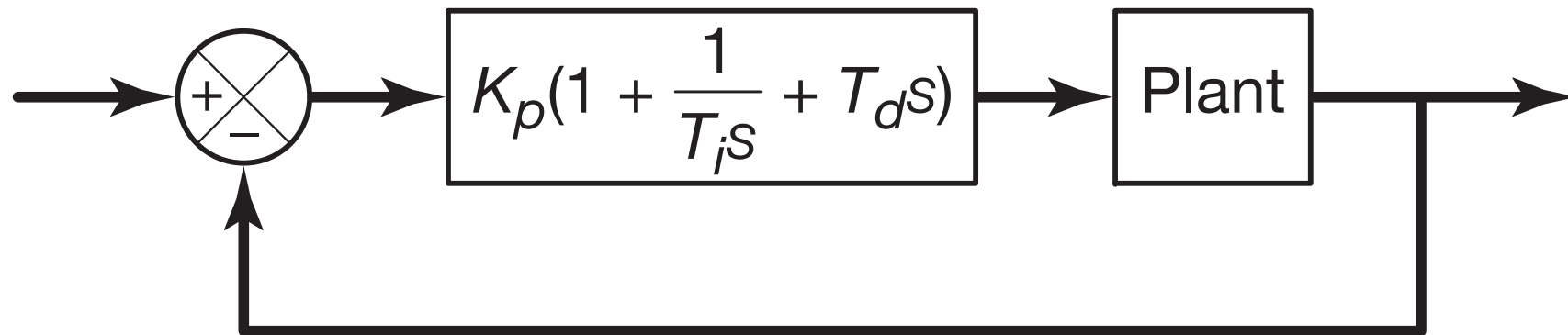
$$G_{PID}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

- Σήμα εξόδου τριών όρων

$$U(s) = K_p E(s) + K_i \frac{1}{s} E(s) + K_d s E(s)$$

# Τοπολογία συστήματος με PID ελεγκτή

---



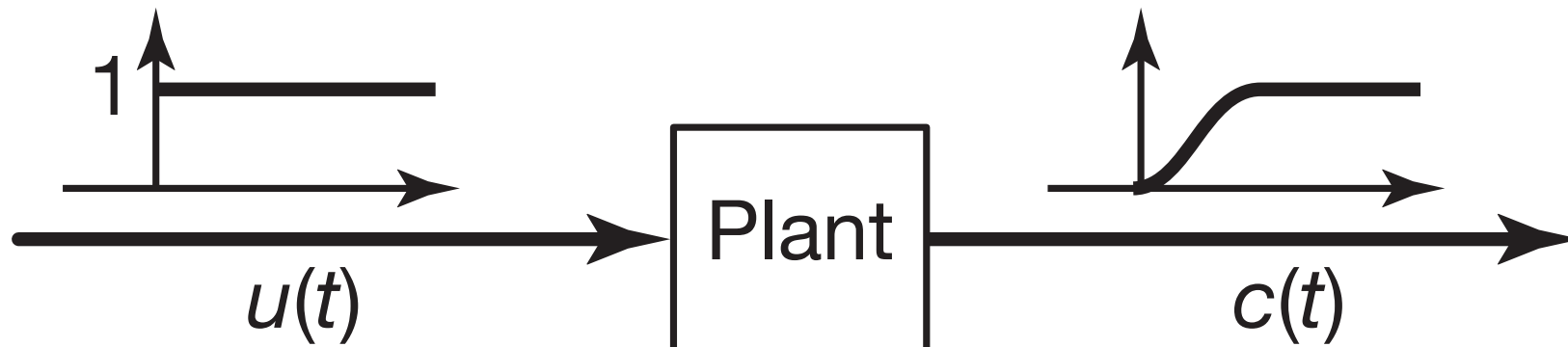
# Ρύθμιση του PID ελεγκτή

---

- Ρύθμιση ελεγκτή είναι η διαδικασία επιλογής των παραμέτρων του ελεγκτή ώστε να επιτυγχάνεται επιθυμητή τιμή στην παρατηρούμενη μεταβλητή
- Κανόνες ρύθμισης είναι η πειραματική διαδικασία προσδιορισμού των παραμέτρων ενός ελεγκτή PID, βασισόμενη σε βηματικές αποκρίσεις του συστήματος
- Οι πρώτοι κανόνες ρύθμισης ενός PID ελεγκτή προτάθηκαν από τους Ziegler και Nichols, 1942
- Η προσέγγιση μας βασίζεται στην ανάλυση που παρουσιάζεται στο σύγγραμμα, *Modern Control Engineering*, K. Ogata, Prentice Hall, Fourth Edition, 2002, Κεφάλαιο 10

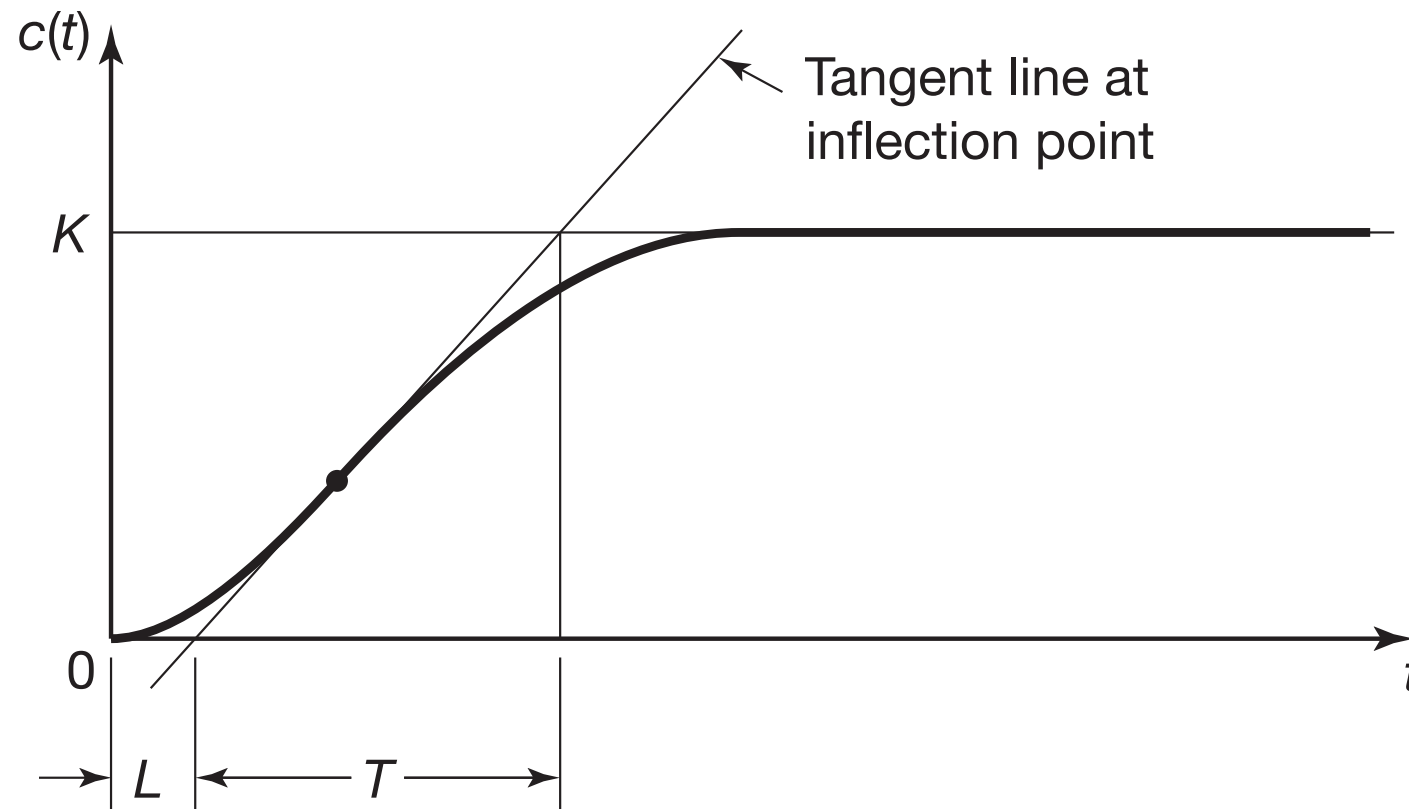
# Ρύθμιση PID --- 1<sup>η</sup> Μέθοδος

Διερευνούμε τις βηματικές αποκρίσεις



# Απόκριση του συστήματος

Παράμετροι της απόκρισης ενός συστήματος



# The S-Shaped Step Response

---

- Η κυματομορφή της βηματικής απόκρισης χαρακτηρίζεται από δυο παραμέτρους: χρόνος καθυστέρησης  $L$  και σταθερά χρόνου  $T$
- Η συνάρτηση μεταφοράς ενός συστήματος με τη συγκεκριμένη απόκριση μπορεί να προσεγγιστεί από την ακόλουθη μαθηματική έκφραση που αφορά τα συστήματα 1<sup>ης</sup> τάξης με καθυστέρηση

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1}$$

# Ρύθμιση PID ελεγκτή ---1<sup>η</sup> μέθοδος

---

**Table 10-1** Ziegler–Nichols Tuning Rule Based on Step Response of Plant (First Method)

Type of Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή PID με  
παραμέτρους προερχόμενες από την 1<sup>η</sup> μέθοδο

---

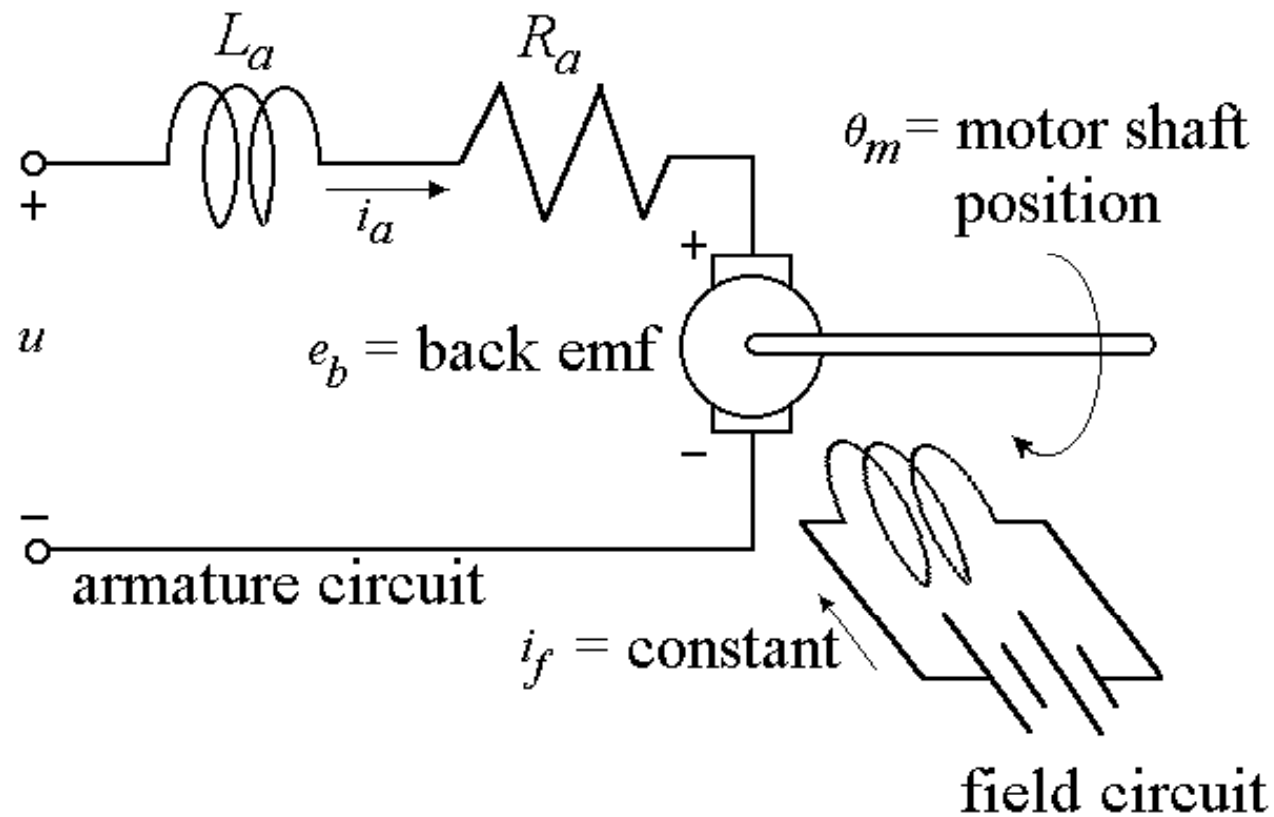
$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\ &= 1.2 \frac{T}{L} \left( 1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5Ls \right) \\ &= 0.6T \frac{\left( s + \frac{1}{L} \right)^2}{s} \end{aligned}$$

# Παράδειγμα εφαρμογής ενός PID ελεγκτή για κινητήρα συνεχούς ρεύματος ξένης διέγερσης

---

- Σύστημα : Κινητήρας συνεχούς ρεύματος ξένης διέγερσης
- Σχεδίαση ενός ελεγκτή PID για την βέλτιστη συμπεριφορά του συστήματος (επιθυμητή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα)
- Επαναρύθμιση των κερδών του ελεγκτή για τη βέλτιστη απόκριση

# Μοντελοποίηση του κινητήρα συνεχούς ρεύματος ξένης διέγερσης



# Συνάρτηση μεταφοράς του κινητήρα συνεχούς ρεύματος

---

- Συνάρτηση μεταφοράς:

$$G_p(s) = \frac{C(s)}{U(s)} = \frac{0.1464}{7.89 \times 10^{-7} s^3 + 8.25 \times 10^{-4} s^2 + 0.00172s}$$

όπου  $C(s)$  η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα και  
 $U(s)$  η τάση τυμπάνου του κινητήρα

## Ρύθμιση των παραμέτρων του ελεγκτή χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Ziegler και Nichols

---

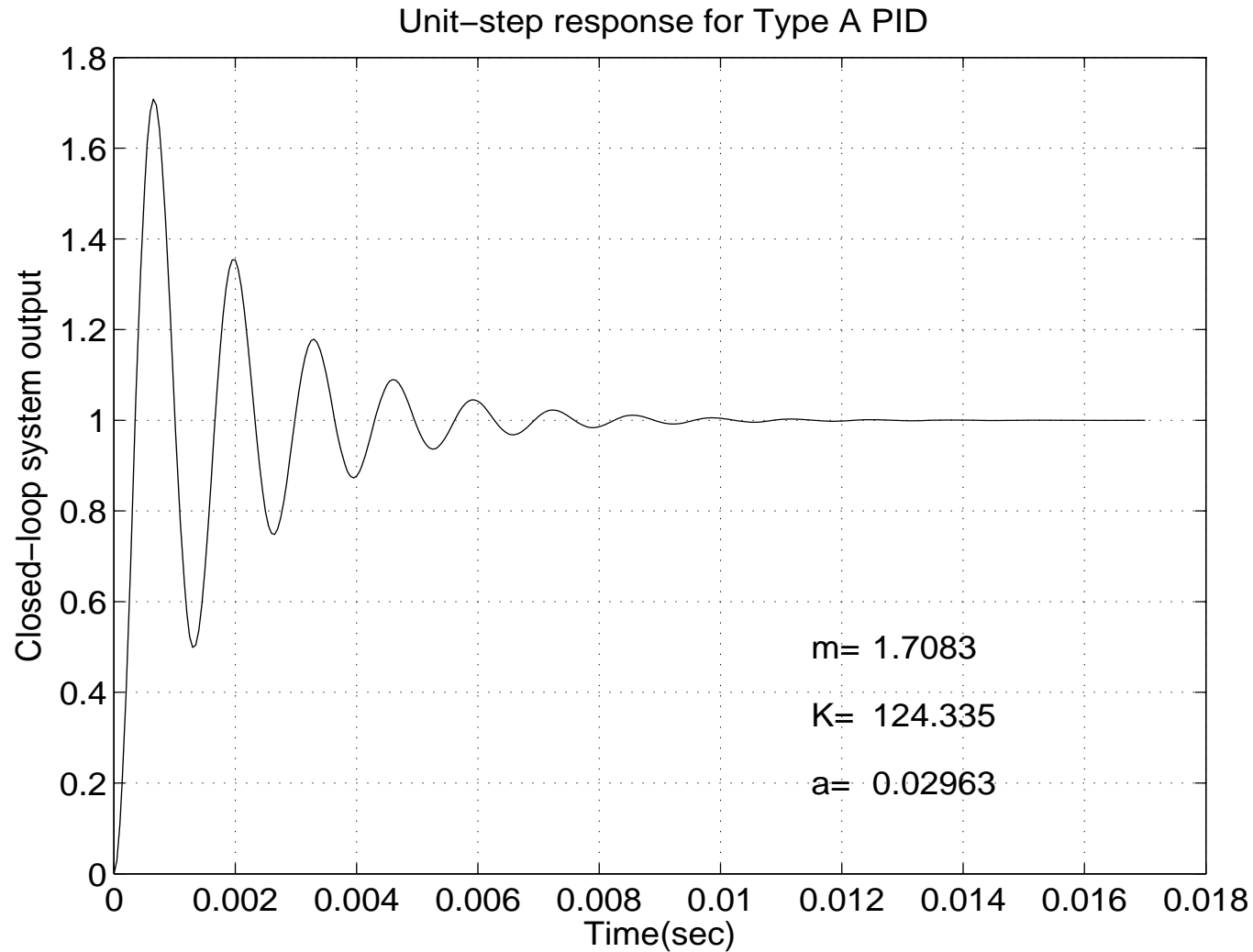
- Βηματική απόκριση
- Καθορισμός παραμέτρων  $L$ ,  $T$
- Καθορισμός κερδών

# Βηματική απόκριση

---

```
t=0:0.00005:.017;  
K_cr=12.28; P_cr=135;  
K=0.075*K_cr*P_cr; a=4/P_cr;  
num1=K*[1 2*a a^2]; den1=[0 1 0];  
tf1=tf(num1,den1);  
num2=[0 0 0 0.1464];  
den2=[7.89e-007 8.25e-004 0.00172 0];  
tf2=tf(num2,den2);  
tf3=tf1*tf2;  
sys=feedback(tf3,1);  
y=step(sys,t); m=max(y);
```

# Βηματική απόκριση ταχύτητας



# Βελτιστοποίηση παραμέτρων του ελεγκτή PID

---

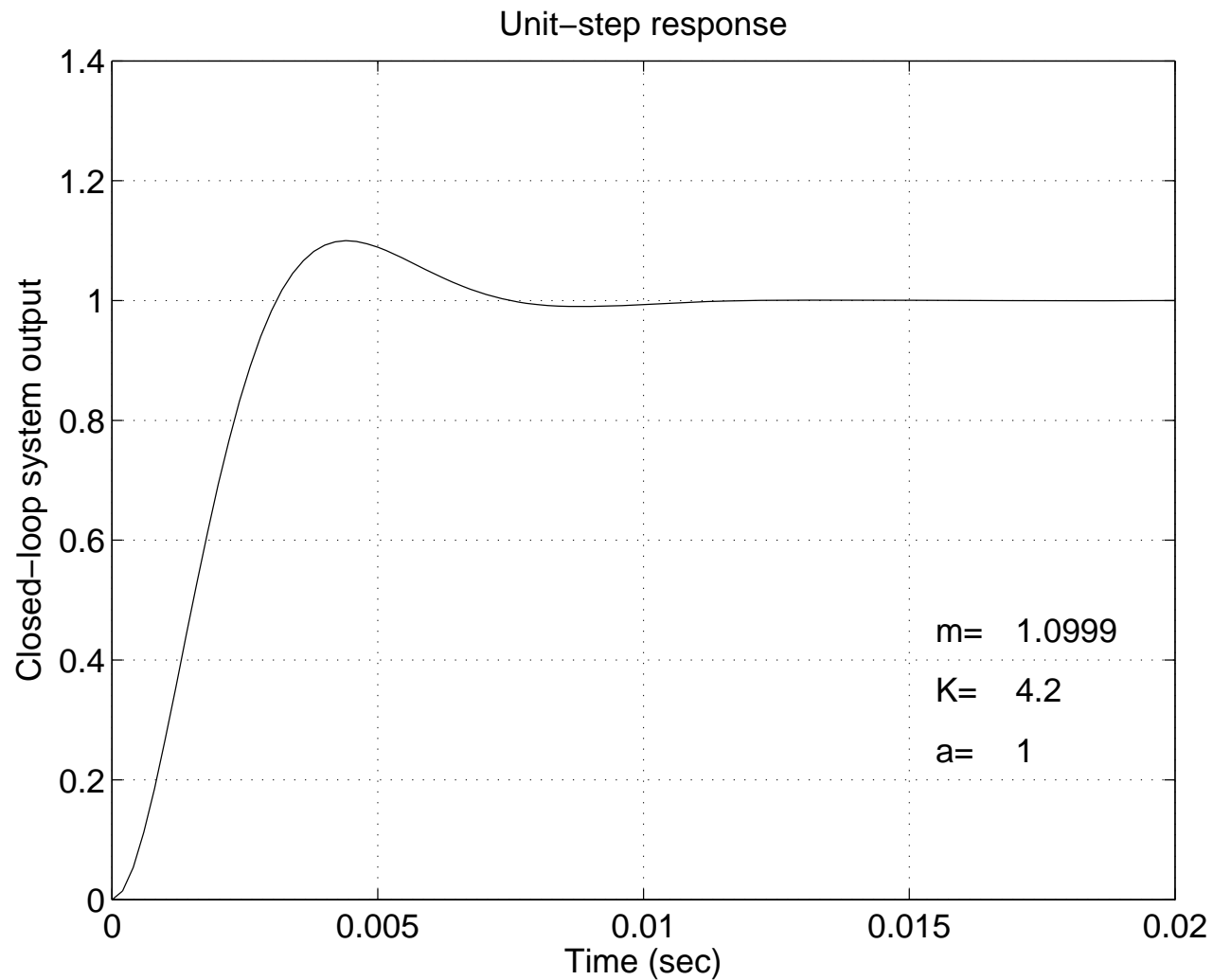
```
t=0:0.0002:0.02;
for K=5:-0.2:2%Outer loop to vary the values of
%the gain K
    for a=1:-0.01:0.01;%Outer loop to vary the
%values of the parameter a
        num1=K*[1 2*a a^2]; den1=[0 1 0];
        tf1=tf(num1,den1);
        num2=[0 0 0 0.1464];
        den2=[7.89e-007 8.25e-004 0.00172 0];
        tf2=tf(num2,den2);
        tf3=tf1*tf2;
        sys=feedback(tf3,1);
        y=step(sys,t); m=max(y);
```

# Αλγόριθμος

---

```
if m<1.1 & m>1.05;  
    plot(t,y);grid;set(gca,'FontSize',font)  
sol=[K;a;m]  
    break % Breaks the inner loop  
end  
end  
if m<1.1 & m>1.05;  
    break; %Breaks the outer loop  
end  
end
```

# Βελτιστοποιημένη βηματική απόκριση

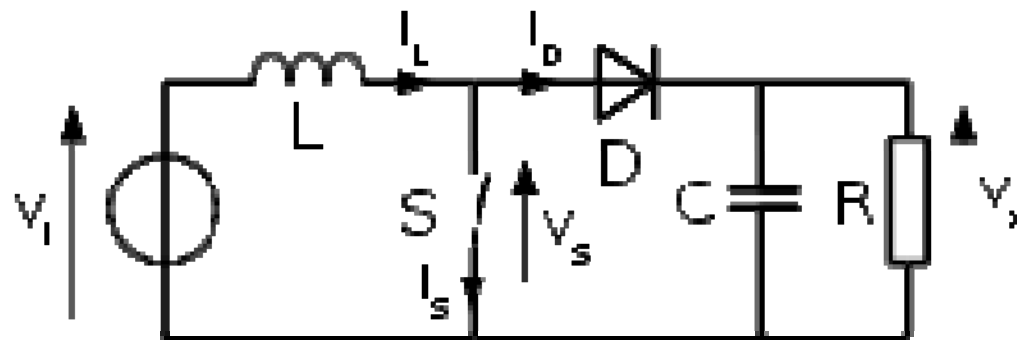


## Οι τρεις όροι ενός ελεγκτή PID

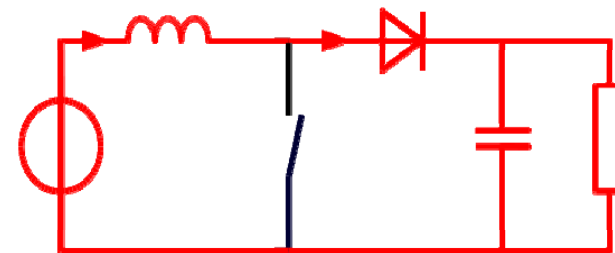
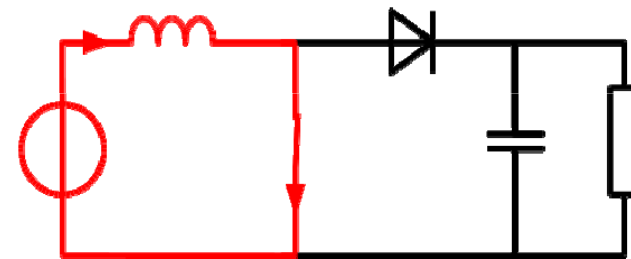
---

- ❑ Ο όρος της ενίσχυσης (P=Proportional) ενισχύει άμεσα το σφάλμα χωρίς να καταφέρνει να το ελαχιστοποιήσει. Χρειάζεται το συνδυασμό των άλλων κερδών.
- ❑ Ο όρος της διαφορίσης (D=Derivative) χρησιμοποιείται για την εξάλειψη μεταβατικών σφαλμάτων
- ❑ Ο όρος της ολοκλήρωσης (I=Integral) μηδενίζει το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Μηδενίζει επίσης σταθερής τιμής διαταραχές.

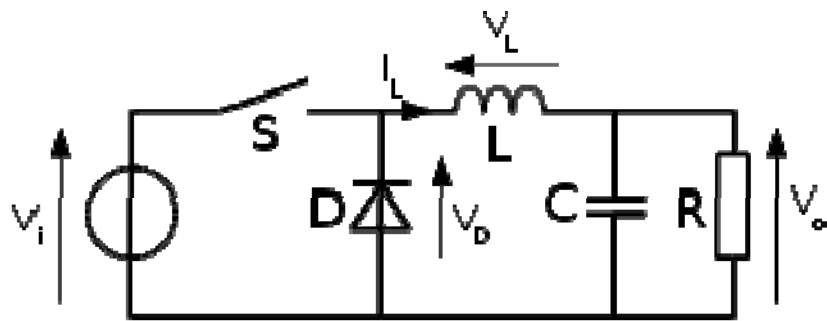
# Μετατροπέας ανύψωσης συνεχούς τάσης



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 - D}$$



# Μετατροπέας υποβιβασμού συνεχούς τάσης



$$V_o = D \cdot V_i$$

